

Part1212 ◆最大の満足を追求める消費者の「最適消費点」－その2

Part1104 で、次のようなお話をしました。

例えば、牛肉を購入し、それを食べることで得られる満足度は、経済学の舞台では「効用U：Utility（ユーティリティ）」で表現します。そして、経済学の世界では、「私たち消費者はすべて、必ず効用Uが最大になるような消費行動をとる」という前提に立って分析します。

また、私たち消費者は、牛肉でも、ワインでも、消費すればするほど効用Uは大きくなって（上昇して）いく、ということも前提の一つです。ですから、食べ過ぎてお腹が痛くなって効用が小さくなるとか、飲み過ぎて気分が悪くなって効用が小さくなるといった現象は想定しません。

いかがでしょうか。覚えているでしょうか？

ところで、このPart1104 では、消費者が、一定の所得や財の価格のもとでどんな消費行動を選択するのか、微分を用いない計算によるアプローチによって分析しました。

今回は、多少の計算はありますが、主眼は計算ではありません。計算（微分）による消費者の行動分析は、次のPart1213 となります。

1) 予算線と無差別曲線

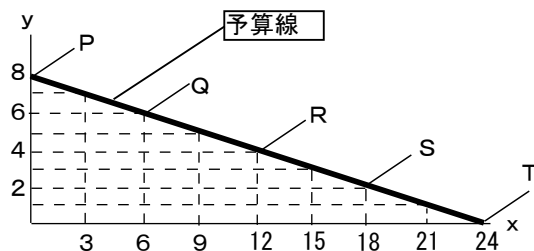
「予算線」もPart1104 で登場しましたが、「無差別曲線」は初登場ですね。まずは、復習をかねて、「予算線」から見ていきましょう。

①「予算線（予算制約線）」と「価格比」

例えば、X財の価格（ P_x ）が100円、Y財の価格（ P_y ）が300円、この2財だけを消費するある消費者の所得Mが2400円とすると、次の式と図を描くことができます。

このとき、図の右下がりの直線を「予算線」といい、現在の所得（＝予算）のもとで購入できる2財の数量の組合せを示しています。

$P_x \cdot X$	+	$P_y \cdot Y$	=	M
100 X	+	300 Y	=	2400
↓		↓		
0		8	...	P
6		6	...	Q
12		4	...	R
18		2	...	S
24		0	...	T
↑		↑		
X財消費量		Y財消費量		



予算線の傾きの大きさのことを「価格比」といいます。

単純に表現するなら $-\frac{P_x}{P_y}$ ，上図の例では、 $\frac{100 \text{ 円}}{300 \text{ 円}} = \frac{1}{3}$ ですが、

もうお少していねいに捉えと、

「X財の消費量が3増えるとY財の消費量は1減少する（右下がり）」

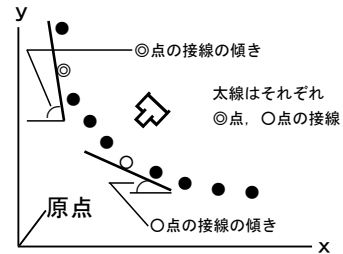
ということで、予算線の傾きを意味します。なお、予算線は右下がりです

から、傾きと表現するなら、厳密には傾き = $-\frac{1}{3}$ となります

②無差別曲線

「無差別曲線」とは同水準の（差がない）効用を表す点の集合であり、一般に、原点に対して凸（トツ）の右下がりの曲線となります。

無差別曲線と似たものとして、地図上の等高線があります。つまり、等高線上のどの点（位置）も同じ標高であるのと同様、1本の無差別曲線上のどの点も同じ効用（満足度）となります。



③限界代替率（MRS = Marginal Rate of Substitution）

予算線のような直線はもちろんですが、無差別曲線のような曲線にも傾きが存在します。曲線の傾きは、曲線上のどの場所で見えるかによって異なり、ある点における傾きはその点との接線の傾きと合致します。

そして、この傾きは、同じ効用（満足）水準を保つための、すなわち同じ無差別曲線上に存在するための「X財とY財の交換比率（代替比率）」であり、「限界代替率（MRS）」といいます（ Δ の読みはデルタで変化分＝増減値）。

$$\text{限界代替率MRS} = \frac{\text{無差別曲線の接線の傾きの絶対値}}{\text{Y財の消費量の増加数}(\Delta y)} = - \frac{\text{X財の消費量の増加数}(\Delta x)}{\text{Y財の消費量の増加数}(\Delta y)}$$

右図の●を結んでできる無差別曲線上の

A点では、 $U = 2 \cdot 24 = 48$

B点では、 $U = 4 \cdot 12 = 48$

というように、A～Fのすべてにおいて、効用 $U = x \cdot y = 48$ で一致しています（差がない）。

さて、いまA点の状態（X財を2個、Y財を24個所持）とします。ここで、X財を2個増やしつつ同じ効用を保つには、Y財を12個減らす必要があります（AからBへ移動）。

次々に、X財を増加していくと、MRSは、

$$\text{MRS} = - (\Delta y / \Delta x)$$

AからB $- (-12 / 2) = 6$

BからC $- (-4 / 2) = 2$

CからD $- (-2 / 2) = 1$

DからE $- (-2 / 4) = 1/2$

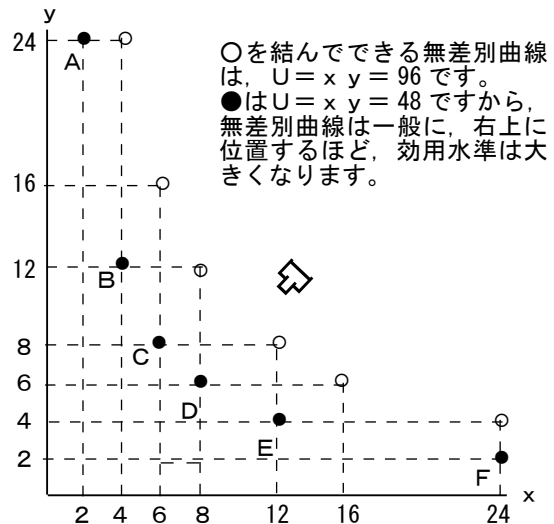
EからF $- (-2 / 12) = 1/6$

となつて、限界代替率MRSはだんだん小さくなっていくことがわかります。この現象を

「限界代替率逓減の法則」といいます。

なお、右図は所得 $M = 2400$ 、 $P_x = 100$ 、 $P_y = 300$ 、効用 $U = x \cdot y$ のケースです。

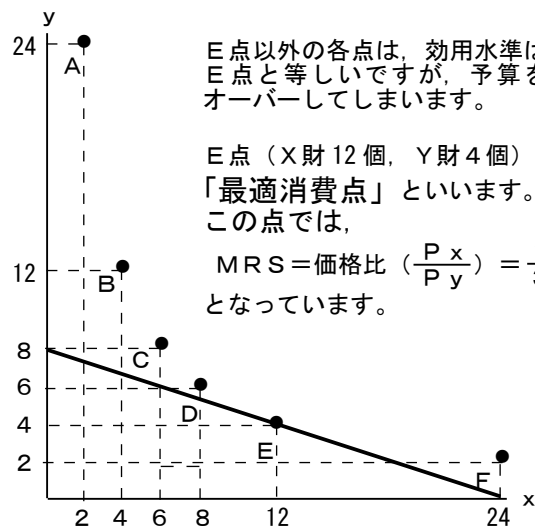
このとき、この消費者がとる消費行動はE点となります。



E点以外の各点は、効用水準はE点と等しいですが、予算をオーバーしてしまいます。

E点（X財12個、Y財4個）を「最適消費点」といいます。この点では、

$$\text{MRS} = \text{価格比} \left(\frac{P_x}{P_y} \right) = \frac{1}{3}$$



2) 無差別曲線のいろいろな形状

無差別曲線は、「一般に、原点に対して凸の右下がりの曲線となる」とお話しましたが、財の性質やX財とY財の関係によって様々な形状になりえます。なお、ここで無差別曲線は、●または○を結んでできる曲線（直線を含む）です。

①右下がりの直線

X財とY財が、互いに完全な代替関係にあるとき、無差別曲線は右下がりの直線となります。

直線ですから、無差別曲線上のどの点においても、その傾き（限界代替率MRS）は等しくなります。

例えば、X財が500円硬貨でY財が1000円紙幣の場合、

$$MRS = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2} \text{ で一定です。}$$

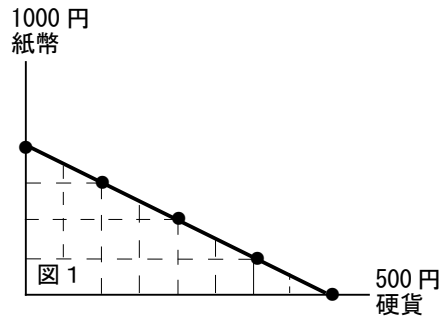
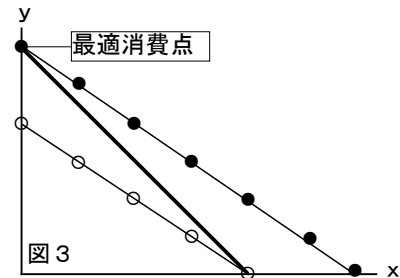
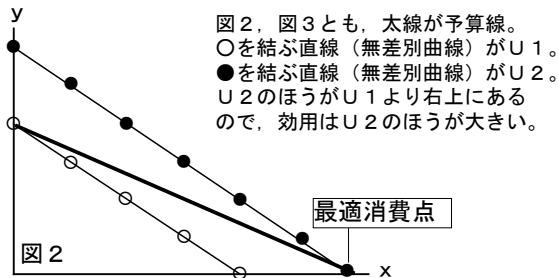


図1のように、無差別曲線の傾きが予算線の傾きと等しいときは、無差別曲線上のあらゆる点が最適消費点となります。一方、図2、図3のように、無差別曲線の傾きと予算線（太線）の傾きが異なる場合、2つある接点のうち、効用が大きいほうが最適消費点となります。

なお、図2では所得のすべてをX財、図3では所得のすべてをY財の消費に充てることとなります。これを「コーナース解」といいます。

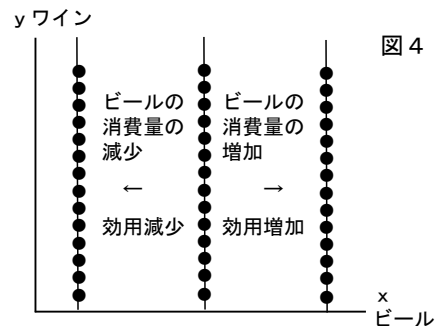


②垂直な直線

2財のうち、一方のみにしか関心を持たない消費者の無差別曲線です。

例えば、X財をビール、Y財をワインとしたとき、ワインにまったく関心を持たない消費者の無差別曲線は垂直になります。

つまり、この消費者の効用Uの大小はビールの消費量の増減のみに依存し、ワインの消費量が増減しても、はじめと同じ無差別曲線上にとどまることになります。

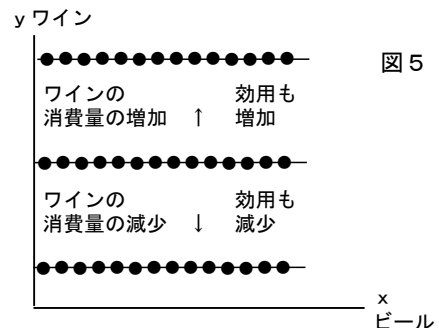


③水平な直線

これもまた、2財のうち、一方のみにしか関心を持たない消費者の無差別曲線です。

例えば、X財をビール、Y財をワインとしたとき、ビールにまったく関心を持たない消費者の無差別曲線は水平になります。

つまり、この消費者の効用Uの大小はワインの消費量の増減のみに依存し、ビールの消費量が増減しても、はじめと同じ無差別曲線上にとどまることになります。



④ L字型

X財とY財が完全な補完関係にある場合の無差別曲線は、図6に示すようなL字型になります。

例えば、手袋や靴などのように、左右が同数の状態で役に立つ（セットで使うことが前提の）2財の消費に関する無差別曲線です。この場合、当然ですが、いずれか一方の財のみ消費しても、効用が大きくなることはありません。

ちなみに、パンとマーガリンには補完関係がありますが、完全な補完関係とはいえません。パンにはジャムなど、マーガリン以外のものをつけることもあるからです。

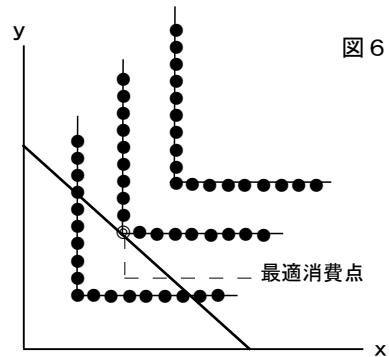


図6

⑤ 原点に対して凹の右下がりの曲線

通常（原点に対して凸の右下がりの）無差別曲線の場合、限界代替率MRSは逓減します。これに対して、MRSが逓増する場合、無差別曲線は原点に対して凹（オウ）の右下がりの曲線となります。

図7において、

予算線が実線の場合、最適消費点はAとなって、所得のすべてをX財の消費に充てます。

予算線が点線の場合、最適消費点はBとなって、所得のすべてをY財の消費に充てます。

つまり、「コーナー解」となります。

このように、結果的にいずれか一方だけ消費することになりますが、図4、図5とは違い、他方の消費によっても効用は増加します。

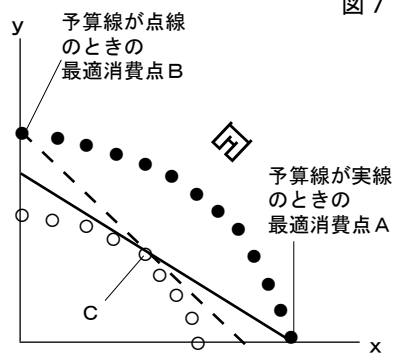


図7

C点も予算線と接していますが、効用は、 $A = B > C$ ですから、最適消費点にはなりません。

⑥ 右上がりの曲線

ある消費者にとって、Y財の消費は効用を増加させるのに対して、X財の消費は効用を減少させてしまう場合、図8に示す、下に凸の右上がりの無差別曲線となります。

通常の右下がりの無差別曲線の場合、右上に行くほど、効用Uは増加します。しかし、この右上がりの無差別曲線の場合、左上に行くほど効用Uが大きくなります。

ところで、あなたは今、こんなことを考えているかもしれません。「消費者が自らの意志で、効用を減少させるような財を消費するはずがないのでは？」と…

確かにその通りです。そこでこう考えてください。この場合のX財は、自らの意志で消費するのではなく、人から与えられて（押し付けられて）いやいや消費する財なのだ。いやだけど、訳あって「いやだ」と言えずに消費するのだと。

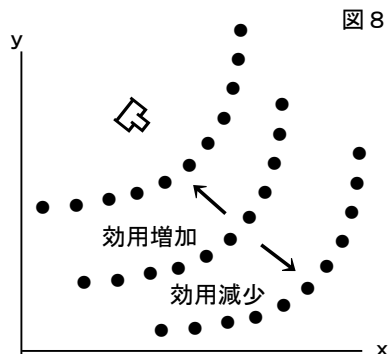


図8

この Part の例題，問題は文章問題です。微分を用いる最適消費の計算問題は，次の Part1213 で展開します。

例題 12-1

無差別曲線に関する次の記述のうち，妥当なものはどれか。

1. 横軸に緑茶，縦軸にウーロン茶を取ったとき，緑茶にしか興味を示さないAさんの無差別曲線は横軸に対して垂直になる。
2. 完全な補完関係にある2財の一方を横軸に，他方を縦軸に取ったとき，この2財を消費するBさんの無差別曲線は，横軸に対して水平になる。
3. 横軸にビール，縦軸にワインを取ったとき，双方を交互に飲むよりも，どちらか一方を飲み続けるほうが好きなCさんの無差別曲線は，原点に対して凸になる。
4. 横軸に隣の部屋から聞こえる大嫌いな音楽，縦軸に自室のステレオでかけているクラシック音楽を取ったとき，クラシック音楽ファンのDさんの無差別曲線は，右上がりの曲線で，上に凸となる。
5. 無差別曲線が右下がりの場合，原点に対して凸であろうと凹であろうと，限界代替率逓減の法則が成立している。

例題 12-1

1. 2財のうち、
横軸の財の消費のみが効用水準を上げ、縦軸の財には無関心な場合、
その無差別曲線は垂直になります（4ページの図4）。
縦軸の財の消費のみが効用水準を上げ、横軸の財には無関心な場合、
その無差別曲線は水平になります（4ページの図5）。
よって、選択肢1の記述は正しく、「正解1」となります。
2. 完全な補完関係にある2財の一方を横軸、他方を縦軸に取ったとき、
この2財を消費するBさんの無差別曲線は、L字型（5ページの図6）
になります。
3. 例えば、
「ビールにしか興味を示さない」となっていれば垂直に、
「ワインにしか興味を示さない」となっていれば水平になります。
しかし、この肢3ではそのような表現にはなっていません。
このため、「どちらか一方を飲み続けるほうが好き」となっていますが、
他方を飲んでも効用Uは増加します。
このような場合、無差別曲線の形状は、原点に対して凸ではなく、凹
の右下がりの曲線（5ページの図7）となります（限界代替率逓増）。

このように、文章問題の場合、文章の解釈の仕方に少し迷ってしまう
ことがたびたび起こります。「多分こうであろう」と軽く考えるので
はなく、神経を集中させて、正確な状況把握をすることが不可欠です。
4. 横軸に消費量の増加が効用を下げる財を、
縦軸に消費量の増加が効用を上げる財を取る場合、
無差別曲線の形状は、上に凸ではなく、下に凸の右下がりの曲線
（5ページの図8）となります。
5. 無差別曲線が右下がりの場合、
原点に対して凸であれば、限界代替率逓減ですが、
原点に対して凹であれば、限界代替率逓増となります（図7）。

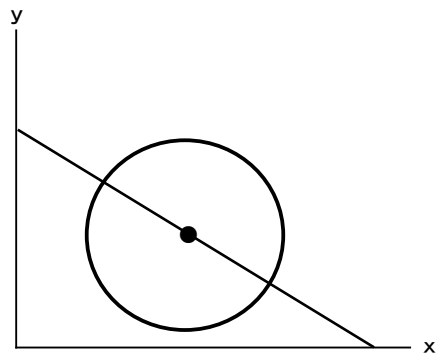
補足

実は、もう一つ、無差別曲線の形状として重要なパターンがあります。
それは、円形の無差別曲線です。

通常、どんな財でも、消費すれば
するほど効用水準が上昇するとお話
しました。

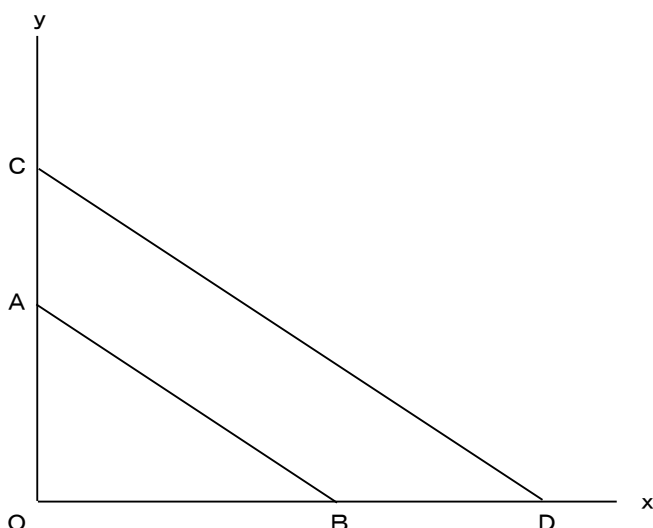
しかし、実際には、飲食品など
には適量というものがある、それを
超えて消費（飲食）すると効用水準
が低下することがあります。

X財、Y財ともにそのような財の
場合の無差別曲線は、右図のような
円形となり、円中心が効用水準最大
となります。



問題 12-1

X 財と Y 財の 2 財を消費するある消費者の無差別曲線の形状と最適消費に関する次の記述のうち、妥当なものはどれか。ただし、X 財と Y 財の価格は変化しないものとし、予算線は図のように、A B および C D で示されるものとする。



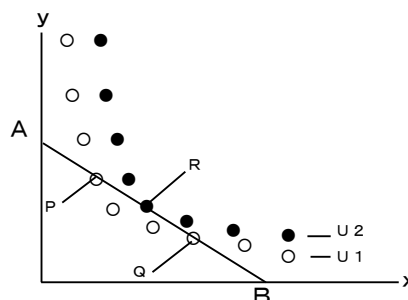
1. 無差別曲線の形状が原点 O に対して凸の曲線の場合、無差別曲線と予算線 A B との交点が 2 つあるとしても、それぞれの交点における 2 財の消費量の組合せは、予算線 A B の下で効用を最大とする。
2. 無差別曲線の形状が原点 O に対して凹の曲線の場合、無差別曲線と予算線 A B との接点における 2 財の消費量の組合せは、予算線 A B の下で効用を最大にする。
3. 無差別曲線の形状が右下がりの直線の場合、予算線 A B の下でも C D の下でも、効用最大となる 2 財の消費量の組合せは存在しない。
4. 無差別曲線の形状が L 字型で、その頂点が原点 O を通る右上がりの直線上にある場合、予算線が A B から C D に変化しても、効用最大となる 2 財の消費量の比率は一定である。
5. 無差別曲線の形状が逆 L 字型で、その頂点が原点 O を通る右上がりの直線上にある場合、予算線が A B から C D に変化しても、効用最大となる 2 財の消費量の組合せは存在しない。

問題 12-1

1. 右図において、効用水準の大きさは、
(○を結ぶ U_1) < (●を結ぶ U_2) です。

予算線と無差別曲線 U_1 が交わる点は
P, Qの2点あるのに対して、予算線と
無差別曲線 U_2 が交わる点は接点Rのみ
です。

効用の大きさは $P = Q < R$ ですから、
Rが効用最大であり、Rが最適消費点と
なります。よって、肢1は誤りです。

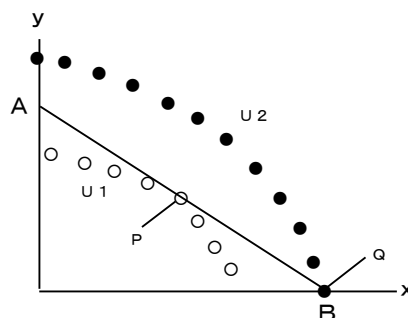


2. 右図において、効用水準は $U_1 < U_2$ で
あり、最適消費点はQ点です。

予算線が接線となっているのは、 U_2
ではなく、 U_1 ですから、無差別曲線と
予算線ABとの接点とのP点です。

効用水準は $P < Q$ ですから、接点Pは
効用最大ではありません。よって、肢2
は誤りです。

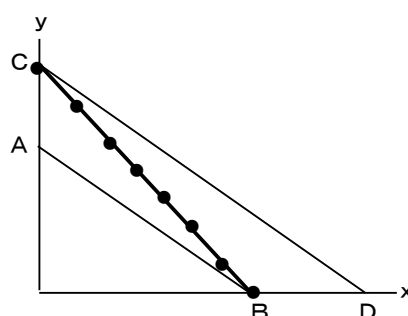
なお、この場合、X財のみ消費します
から、コーナ解となります。



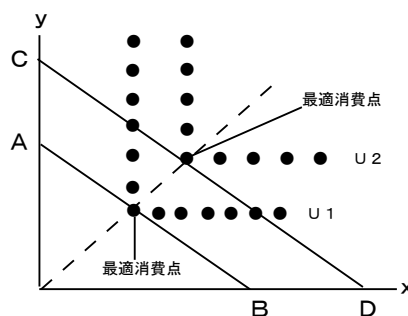
3. 右図のような、右下がりの直線の無差
別曲線の場合、予算線ABの下ではB点
が、予算線CDの下ではC点が、効用最
大（最適消費点）となります。

つまり、効用最大となる2財の消費量
の組合せは存在しますから、肢3は誤り
です。

なお、B点ではX財のみ、C点ではY
財のみを消費しますから、コーナ解と
なります。



4. X, Yの2財の完全に補完関係にある
とき、2財の消費量が比率は一定であり、
無差別曲線の形状はL字型となります。
また、その頂点（最適消費点）は原点O
を通る右上がりの直線（点線）上にあり
ます。よって、「正解4」となります。



5. 右図に示すように、無差別曲線の形状
が逆L字型で、その頂点が原点Oを通る
右上がりの直線（点線）上にある場合、
予算線がABからCDに変化しても、効
用最大となる2財の消費量の組合せ（最
適消費点）は存在します。よって、肢5
は誤りです。

