Part1104 ◆最大の満足を追求する消費者の「最適消費点」－その１

Part1103まではすべて市場理論でしたが,このPartで学ぶ「最適消費点」は,初めて登場する消費者理論の１ジャンルです。

例えば，牛肉を購入し，それを食べることで得られる満足度は，経済学の舞台では「効用Ｕ：Utilty（ユーティリティ）」と表現します。そして，経済学の世界では,「私たち消費者はすべて，必ず効用Ｕが最大になるような消費行動をとる」という前提に立って分析します。
また，私たち消費者は，牛肉でも，ワインでも，消費すればするほど効用Ｕは大きくなって（上昇して）いく,ということも前提の一つです。ですから,食べ過ぎてお腹が痛くなって効用が小さくなるとか，飲み過ぎて気分が悪くなって効用が小さくなるといった現象は想定しません。

消費量が増大すればするほど，効用の上昇の勢い（上昇率）は小さくなるのですが，効用の値そのものが小さくなる（減少する）ことはないものとして考えます。そうすると，効用Ｕが最大となるような消費量は「無限大」ということになるのですが，それができないのは，所得（予算）による制限があるからです。

■今は忘れていただいていいのですが，上記下線部を「限界効用逓減の法則」といいます（逓減：ていげん)。

では，いきなりですが，実際に試験で出題された問題を通して，ある消費者（家計）が，ある予算のもとで，２種類の商品（財）を購入するケースについて見ていきましょう。

例題 4-1

ある家計の効用関数がＵ＝ｘｙで示されているとする。この家計の所得が6000円，Ｘ財の価格が100円，Ｙ財の価格が200円であるとき，効用最大をもたらすＸ財の最適購入量はいくらか。

1.　20個
2.　24個
3.　30個
4.　36個
5.　40個

※このジャンルにおける「所得」は「予算」と同じ意味です。
※所得＝予算は，残すことなく，全額使い切ることを前提とします。
※Ｕ＝ｘｙ＝「ｘ財の購入量」×「ｙ財の購入量」という掛け算です。
※ｘｙとかａｂのように，英字と英字の間に何も計算記号がないとき，掛け算であることを意味します。一般に，計算記号を省略していいのは，掛け算の場合のみです。

最適購入量を考える問題では，微分計算を用いる定型的な解法があります。ただ，この問題のように，効用関数に出てくるｘとｙの指数（ｘ，ｙの右上の小さな数字で，^{2}ならば２乗，^{3}ならば３乗）が整数になっていて，求める財の最適消費量が直接選択肢に並んでいる場合，微分計算を用いなくても，選択肢を利用するアプローチで解くことが可能です。ただ，そうした問題は多くはありませんし，また，決して実用的なアプローチとは言えません。
なお，この問題の効用関数Ｕ＝ｘｙのｘとｙには指数がついていませんが，指数がついていない場合の指数は整数１であり，x^1y^1を意味します。

では早速,選択肢１～５のそれぞれについて,Ｕ＝ｘｙがどんな値になるか,計算していきましょう。

肢 1　x = 20 個　価格 100 円の x 財の消費額は 2000 円。
予算は 6000 円なので，y 財の消費額は 4000 円となり，
価格 200 円の y 財の購入量 y = 20 個。
このとき，効用 U = 20 × 20 = 400。

肢 2　x = 24 個　価格 100 円の x 財の消費額は 2400 円。
予算は 6000 円なので，y 財の消費額は 3600 円となり，
価格 200 円の y 財の購入量 y = 18 個。
このとき，効用 U = 24 × 18 = 432。

肢 3　x = 30 個　価格 100 円の x 財の消費額は 3000 円。
予算は 6000 円なので，y 財の消費額は 3000 円となり，
価格 200 円の y 財の購入量 y = 15 個。
このとき，効用 U = 30 × 15 = 450　→　効用 U 最大

肢 4　x = 36 個　価格 100 円の x 財の消費額は 3600 円。
予算は 6000 円なので，y 財の消費額は 2400 円となり，
価格 200 円の y 財の購入量 y = 12 個。
このとき，効用 U = 36 × 12 = 432。

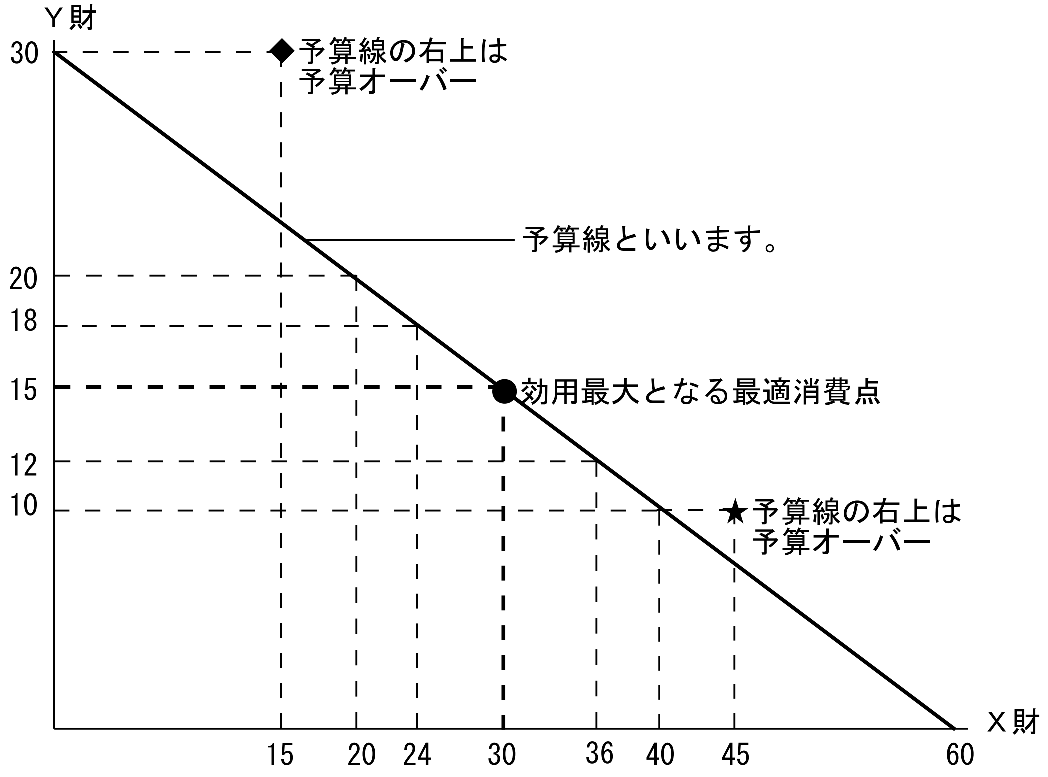
肢 5　x = 40 個　価格 100 円の x 財の消費額は 4000 円。
予算は 6000 円なので，y 財の消費額は 2000 円となり，
価格 200 円の y 財の購入量 y = 10 個。
このとき，効用 U = 40 × 10 = 400。

効用 U が最大となるのは，肢 3 の x 財 30 個，y 財 15 個のときで，このとき効用 U は 450 となります。よって，「正解 3」となります。

この問題についてはもう少し深く見てみましょう。x と y をかけて 450 になるケースはたくさんあります。例えば，x 財を 45 個，y 財を 10 個とか，x 財を 15 個，y 財を 30 個購入する場合です。それぞれ必要な予算を求めると，

100 円× 45 個＋ 200 円× 10 個＝ 6500 円（予算オーバー）→下図の★

100 円× 15 個＋ 200 円× 30 個＝ 7500 円（予算オーバー）→下図の◆

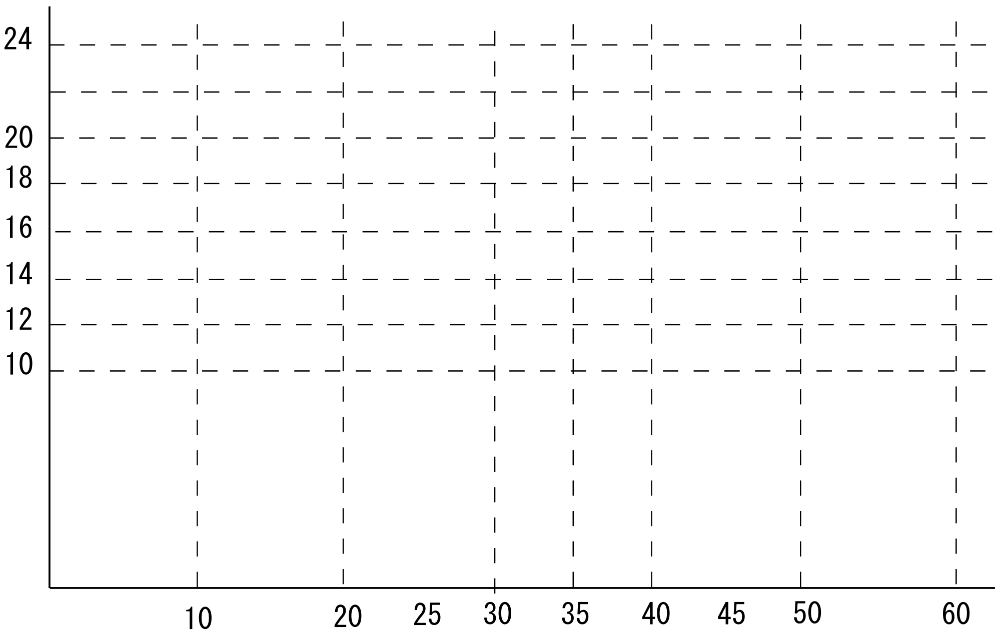


今度は，あなた自身が自力で解いてみましょう。

問題 4-1

ある家計の効用関数がＵ＝ｘｙで示されているとする。この家計の所得7000 円，Ｘ財の価格が 100 円，Ｙ財の価格が 250 円であるとき，効用最大をもたらすＸ財の最適購入量はいくらか。

1.　20 個
2.　25 個
3.　30 個
4.　35 個
5.　40 個



■さて，次の問題は微分ができないと解けません。実際の解き方は後の Part でお話させていただきますが，これまでの例題や問題と比べて，何がどのように違っているかだけを確認してみましょう。

問題　ある家計の効用関数がＵ＝Ｘ $^{1/3}$ Ｙ $^{2/3}$ で表されるとする。
所得が 120，Ｘ財の価格が１，Ｙ財の価格が４であるとき，
効用最大化をもたらす最適消費量はそれぞれいくらか。

■この問題では，Ｘの指数が 1/3（３分の１），Ｙの指数が 2/3（３分の２）で，どちらも指数が整数ではありません。こんな場合は，例題 4-1 や問題 4-1 のように，各選択肢の数字をあてはめて計算してみるというアプローチをとることはできず，微分計算が必要となります（>_<）。

問題 4-1

肢 1　x ＝ 20 個　価格 100 円の x 財の消費額は 2000 円。
予算は 7000 円なので，ｙ財の消費額は 5000 円となり，
価格 250 円の y 財の購入量 y ＝ 20 個。
このとき，　効用Ｕ ＝　20 × 20 ＝　400

肢 2　x ＝ 25 個　価格 100 円の x 財の消費額は 2500 円。
予算は 7000 円なので，ｙ財の消費額は 4500 円となり，
価格 250 円の y 財の購入量 y ＝ 18 個。
このとき，　効用Ｕ ＝　25 × 18 ＝　450

肢 3　x ＝ 30 個　価格 100 円の x 財の消費額は 3000 円。
予算は 7000 円なので，ｙ財の消費額は 4000 円となり，
価格 250 円の y 財の購入量 y ＝ 16 個。
このとき，　効用Ｕ ＝　30 × 16 ＝　480

肢 4　x ＝ 35 個　価格 100 円の x 財の消費額は 3500 円。
予算は 7000 円なので，ｙ財の消費額は 3500 円となり，
価格 250 円の y 財の購入量 y ＝ 14 個。
このとき，　効用Ｕ ＝　35 × 14 ＝　490

肢 5　x ＝ 40 個　価格 100 円の x 財の消費額は 4000 円。
予算は 7000 円なので，ｙ財の消費額は 3000 円となり，
価格 250 円の y 財の購入量 y ＝ 12 個。
このとき，　効用Ｕ ＝　40 × 12 ＝　480

上記のうち，効用最大は 490 なので，「正解 4」となります。